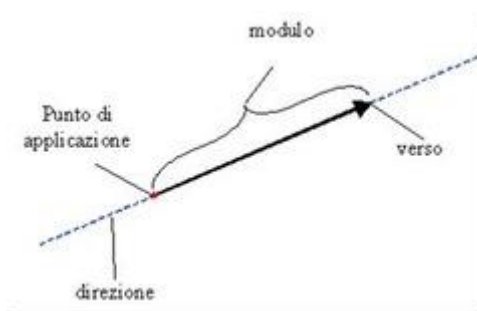


I VETTORI

Le grandezze vettoriali si rappresentano con **vettori**: un vettore è un **segmento orientato** definito da tre caratteristiche:

- la **direzione**, cioè la retta su cui giace il vettore
- il **verso**, cioè l'orientamento corrispondente alla freccia del segmento orientato
- il **modulo** o **intensità**, cioè la lunghezza del segmento.

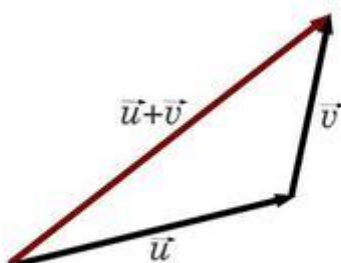
Il **punto di applicazione** del vettore può essere scelto arbitrariamente, trasladando il vettore. Un vettore si rappresenta con una freccia sul simbolo, ad esempio $v \rightarrow$. Il modulo del vettore si indica con lo stesso simbolo del vettore, ma senza la freccia.



Operazioni matematiche sui vettori

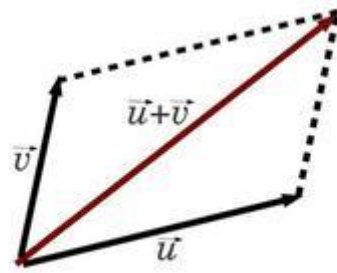
Le grandezze vettoriali possono sommarsi e sottrarsi: basta pensare allo spostamento, alla velocità o alla forza. Anche i vettori possono essere sommati e sottratti. Per sommare due vettori si possono usare due metodi: il **metodo punta-coda** e la **regola del parallelogramma**. La somma di due vettori è detta **risultante**.

Il metodo punta-coda



Per sommare due vettori, si fa coincidere la coda del secondo vettore con la punta del primo vettore, trasladoli nel modo opportuno. La somma dei vettori è il vettore che ha la coda del primo vettore e la punta del secondo vettore.

La regola del parallelogramma



Si uniscono le code dei due vettori, e si costruisce il parallelogramma che ha come lati i due vettori. La somma dei vettori corrisponde alla diagonale del parallelogramma.

Il vettore opposto

Dato un vettore $v \rightarrow$, il vettore **opposto** $-v \rightarrow$ ha la stessa direzione e modulo, ma verso opposto.



Quindi, la sottrazione tra due vettori è uguale alla somma del primo vettore con l'opposto del secondo:

(1)

$$v_1 \rightarrow - v_2 \rightarrow = v_1 \rightarrow + (-v_2 \rightarrow)$$

Moltiplicazione dei vettori

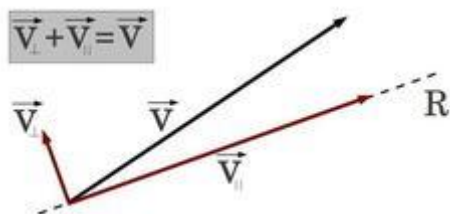
I vettori si possono moltiplicare con i numeri con le regole consuete: ad esempio, $3 \cdot v \rightarrow = v \rightarrow + v \rightarrow + v \rightarrow$.

Componente parallela e perpendicolare di un vettore

Le componenti di un vettore sono due vettori che, se vengono sommati tra loro, danno il vettore stesso. Spesso le componenti di un vettore vengono definite attraverso il loro **parallelismo** o **perpendicolarità** rispetto ad una retta diversa dal vettore.

Esempio

Nella figura seguente, v_{\parallel} è la componente di $v \rightarrow$ **parallela** alla retta R. Invece v_{\perp} è la componente di $v \rightarrow$ **perpendicolare** alla retta R.



Rappresentazione dei vettori sul piano cartesiano

I vettori possono essere rappresentati per mezzo di coordinate sul piano cartesiano. Quando si rappresentano i vettori sul piano cartesiano, si fa coincidere la coda dei vettori con l'origine degli assi. $v \rightarrow = (v_x, v_y)$ significa che il vettore $v \rightarrow$ ha la coda nell'origine e la punta nel punto (v_x, v_y) del piano cartesiano. v_x e v_y sono le **componenti** del vettore v parallele all'asse x e y.

Il modulo del vettore può essere calcolato con il **teorema di Pitagora**. Infatti, il vettore e le sue componenti formano un triangolo rettangolo. Le lunghezze dei cateti sono uguali alle componenti sugli assi, e l'ipotenusa è uguale al modulo del vettore.

(2)

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Operazioni sui vettori nel piano cartesiano

La rappresentazione sul piano cartesiano dei vettori è molto comoda, in quanto le operazioni sui vettori si riducono alle operazioni sulle singole coordinate. Consideriamo due vettori, $v \rightarrow = (v_x, v_y)$ e $w \rightarrow = (w_x, w_y)$. Se sommiamo $v \rightarrow$ e $w \rightarrow$ otteniamo il vettore $u \rightarrow = v \rightarrow + w \rightarrow$. Le coordinate del vettore $u \rightarrow = (u_x, u_y)$ si trovano molto facilmente:

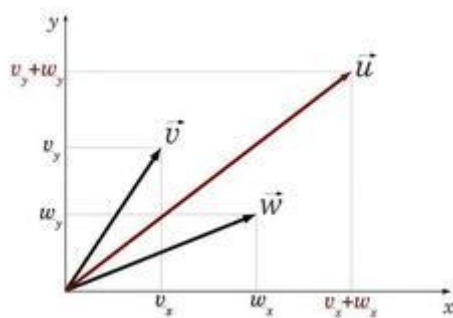
(3)

$$u_x = v_x + w_x \quad u_y = v_y + w_y$$

Questa regola, in altre parole, può essere scritta così:

(4)

$$(v_x, v_y) + (w_x, w_y) = (v_x + w_x, v_y + w_y)$$



La stessa regola vale per la sottrazione e la moltiplicazione dei vettori: se $u \rightarrow = v \rightarrow - w \rightarrow$ allora

(5)

$$u_x = v_x - w_x \quad u_y = v_y - w_y$$

Se $u \rightarrow = n \cdot v \rightarrow$, allora

(6)

$$u_x = n \cdot v_x \quad u_y = n \cdot v_y$$

Queste regole possono anche essere scritte così:

(7)

$$(v_x, v_y) - (w_x, w_y) \cdot n = (v_x - w_x, v_y - w_y) \cdot (n \cdot v_x, n \cdot v_y)$$